

L'ondivaga fortuna di un testo fondamentale

di Gabriele Lolli

Lucio Russo, Giuseppina Pirro
e Emanuela Saliccia

EUCLIDE:
IL LIBRO DEGLI ELEMENTI
UNA NUOVA LETTURA

pp. 165, € 18,
Carocci, Roma 2017

Anche dalla malandata catatonica scuola italiana possono venire contributi culturali e scientifici di grande valore. Al liceo Torquato Tasso di Roma, con la supervisione di Lucio Russo (s'immagina, perché gli autori usano sempre un riferimento collettivo), la docente di latino e greco Giuseppina Pirro e la docente di matematica e fisica Emanuela Saliccia hanno guidato i loro studenti alla lettura in greco e allo studio del primo libro degli *Elementi* di Euclide, un'impresa da far tremare le vene e i polsi (dei docenti). Un simile lavoro richiede di affrontare problemi filologici, storici, epistemologici e didattici, intrecciati.

Gli *Elementi* sono in origine un testo probabilmente didattico, come altri precedenti che non sono stati tramandati, composto nel periodo finale del re Tolomeo I d'Egitto (305-283) e in quello del re Tolomeo II (283-246). Le informazioni che abbiamo su Euclide e la sua opera risalgono a Pappo (IV sec. d.C.) e a Proclo (V sec. d.C.); i testi pervenuti hanno subito numerose varianti dai copisti e interpolazioni dai commentatori. L'interpretazione sia dei testi di Euclide sia di quelli dei commentatori richiede non solo conoscenze linguistiche, ma anche logiche e storiche. Per esempio il verbo *ghégone* significa *nacque*, ma è tradotto di solito *visse* (sotto Tolomeo I) perché Proclo racconta l'aneddoto secondo cui Euclide avrebbe risposto a quel re che non vi è una strada regia per la geometria. Tuttavia il fatto che la stessa storia sia raccontata da altri storici del periodo riferita ad altri personaggi (Alessandro Magno) ne riduce la credibilità.

Gli *Elementi* sono stati per più di due millenni il modello della dimostrazione matematica e dell'organizzazione logica delle teorie. Le premesse del metodo dimostrativo, che è il lascito esclusivo della Grecia al mondo, sono individuate nella densa introduzione del presente volume: nell'accumulo di risultati dovuti a egizi e mesopotamici; nella filosofia pitagorica ed eleatica che aveva elaborato forme sottili di argomentazioni; nello sviluppo della retorica, politica e forense, nel quadro della crescita della democrazia greca nel IV secolo. Il legame tra dimostrazione e democrazia è ricordato dagli autori come un ammonimento contro l'attuale faciliteria della semplificazione. La dimostrazione, che etimologicamente significava esposizione, esibizione, diventa, teorizzata da Aristotele, deduzione inconfutabile. Ma le dimostra-



zioni di Euclide non sono quelle che si trovano in Platone e in Aristotele, dove sono presentati ragionamenti che dipendono dal riconoscimento di proprietà delle figure, come nel *Menōne*. Euclide deriva tutti i risultati da un numero ridottissimo di postulati (postulato = che si chiede di accettare) e nozioni comuni (principi generali sull'uguaglianza di grandezze). Le figure, quasi tutte perse nei passaggi tra i copisti, sono state ricostruite dalle dimostrazioni, non viceversa. Aristotele voleva che le definizioni fissassero l'oggetto della disciplina; mentre in Euclide i concetti sono stabiliti solo dai postulati; quelli di Euclide non sono mai citati con l'attribuzione a qualche predecessore, e sono certo opera sua. Ovviamente si vede il legame con gli oggetti concreti da cui derivano, ma i concetti matematici diventano autonomi. L'idea che i concetti sono fissati dai postulati resterà anche nella versione moderna del metodo assiomatico. Questa rilettura degli *Elementi* espunge quindi in particolare definizioni che non sono usate nella trattazione (il punto che è ciò che non ha parti, e simili), decisione che sembra corretta per un testo didattico così rigorosamente strutturato, e altre che vorrebbero dare un'idea degli oggetti al di là di quello che i postulati chiedono. Le scelte sono accuratamente motivate in appendice.

Quelle restanti, insieme ai postulati e alle nozioni comuni, non sono elencate all'inizio, ma inserite nel punto in cui servono (con la numerazione tradizionale). Inoltre due proposizioni, la 4 e la 8, sono promosse al rango di postulati, perché le relative dimostrazioni fanno uso della sovrapposizione rigida di figure; in questo caso la decisione potrebbe essere discussa; altri studiosi ammettono che Euclide usasse con riluttanza il metodo della sovrapposizione, ma non lo escludono categoricamente; in pratica gli autori accettano il suggerimento di Bertrand Russell, secondo il quale Euclide avrebbe fatto meglio a trasformare la proposizione 4 in un postulato. In poche pagine è descritta in modo esauriente l'ondivaga fortuna del testo, indipendentemente dagli omaggi formali. Il primo periodo aureo per

gli *Elementi* è quello ellenistico, anzi è la cultura ellenistica che ne favorisce il successo, con la diffusione dello studio su libri (la famosa biblioteca di Alessandria). Prima prevaleva l'oralità, e nei frequenti ragionamenti politici o giuridici si usavano di volta in volta premesse diverse; una costruzione come quella euclidea poteva aver senso solo in un libro. Segue la decadenza nell'alto medioevo, e il recupero nel simbolico episodio di un califfo (tra la fine dell'VIII e l'inizio del IX secolo) che manda una delegazione a Costantinopoli per chiedere all'imperatore una copia degli *Elementi*; lo studio degli arabi, la ripresa in Europa nel Rinascimento; la parziale perdita del rigore nello studio della geometria per lo sviluppo di altre impostazioni (come l'analitica), la difesa del testo originale di Euclide da parte di Lewis Carroll contro pretesi miglioramenti; l'analoga difesa in Italia, citando la raccomandazione degli ispettori Francesco Rossetti, fisico, e Giosuè Carducci di riprendere il testo di Euclide in un liceo di Arezzo; fino al perfezionamento dell'assiomatica di fine Ottocento, seguita dall'attacco di Bourbaki alle figure, e dal contro-attacco di chi lamenta che l'eliminazione della geometria dall'insegnamento rescinde il legame con la realtà. Il ruolo della geometria nella matematica è un elemento discriminante nelle varie filosofie. Si dovrebbe menzionare anche il legame con la teoria dei gruppi di trasformazione a partire da fine Ottocento.

Il testo è scandito in parti, per argomenti collegati alla fine delle quali sono proposti utili commenti esplicativi, incluse segnalazioni delle lacune di alcune dimostrazioni (si vedano le bellissime pagine sul quinto postulato e sulle proprietà valide anche nelle geometrie non eucleede). La traduzione è nelle pagine a destra, il testo a fronte. Le indicazioni di ulteriori letture sulla scienza antica sono poche ma rigorose. Il primo libro degli *Elementi* contiene la trattazione dei triangoli, dell'area dei poligoni e del parallelismo; termina con il teorema di Pitagora; altri dei tredici complessivi meriterebbero una simile cura, per esempio il quinto e il settimo sulle proporzioni e i numeri. Per adesso accontentiamoci, ringraziando, oltre ai docenti, gli studenti che, invece di fare le baricate, hanno reso possibile la realizzazione di questa guida.

gabrielelolli42@gmail.com

G. Lolli è professore emerito di matematica
all'Università di Pisa

